Pengujian Hipotesis

Bahan Kuliah *II2092 Probabilitas dan Statistik*

Oleh: Rinaldi Munir

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika ITB

Hipotesis Statistik

- Selain menaksir parameter populasi, peneliti juga perlu mengambil keputusan berdasarkan data mengenai suatu sistem.
- Contoh: Seorang pengusaha ingin menentukan apakah perlu atau tidak memasang iklan mengenai barangnya dalam surat kabar di suatu kota. Apabila akan ada faedahnya, maka jelas ia perlu memasang iklan. Tetapi jika menurut *dugaannya* pemasangan iklan itu tidak akan berfaedah tentulah ia tidak akan melakukannya. Untuk kasus ini banyak hal yang mungkin terjadi. Oleh sebab itulah, diperlukan suatu hipotesis statistik untuk memecahkannya.

- **Definisi**. Hipotesis statistik adalah suatu anggapan atau pertanyaan, yang mungkin benar ataus alah, mengenai satu poulasi atau lebih.

- Untuk mengetahui apakah anggapan yang telah kita buat benar atau salah sehingga kita menerima atau menolak hipotesis, diperlukan pengujian dengan data sampel.

- Oleh karena memakai sampel, maka kebenaran suatu hipotesis statistik tidak pernah diketahui dengan pasti.

- Hanya ada dua keputusan tentang hipotesis yang kita buat: menolak atau menerimanya.

- Menolak hipotesis artinya kita menyimpulkan bahwa hipotesis tersebut tidak benar.

- Menerima hipotesis artinya tidak cukup informasi dari sampel untuk menyimpulkan bahwa hipotesis harus kita tolak. Artinya, walaupun hipotesis diterima, tidak berarti bahwa hipotesis tersebut benar.

- Dalam menguji hipotesis, kita selalu membuat pernyataan hipotesis yang diharapkan akan diputuskan untuk *ditolak*.

- H_0 : hipotesis yang dirumuskan dengan harapan untuk ditolak.
- H_1 : hipotesis alternatif (tandingan).

- H_0 disebut **hipotesis nol**. Penolakan terhadap hipotesis nol menjurus pada penerimaan hipotesis alternatif, yaitu H_1

- **Contoh 1**. Pengujian hipotesis bahwa suatu jenis vaksin baru lebih efektif mencegah penyakit AIDS. Maka rumusan hipotesisnya adalah:

  Hipotesis nol, H_0 : vaksin baru = vaksin lama

  Hipotesis alternatif, H_1 : vaksin baru lebih efektif daripada vaksin lama

- **Contoh 2**. Seorang dokter mengatakan bahwa lebih 60% pasien kanker adalah karena merokok

  Hipotesis nol, $H_0 : p = 0.6$

  Hipotesis alternatif, $H_1 : p > 0.6$

Galat dari Penolakan Hipotesis

- Statistik dari sampel (yang diambil dari populasi) merupakan perkiraan yang dipakai sebagai dasar untuk mengambil keputusan pada hipotesis nol.

- Keputusan menolak atau menerima hipotesis nol mengandung suatu ketidakpastian (kekeliruan), artinya keputusan itu bisa benar atau salah.

- Ketidakpastian tersebut menimbulkan suatu *galat* atau *kesalahan*.
- Ada dua junis galat: galat tipe I dan galat tipe II

- **Galat Tipe** I:

  Menolak hipotesis nol padahal hipotesis itu benar.

  → Kita melakukan kekeliruan dengan menolak H_0 dan mempercayai H_1 padahal sesungguhnya H_0 yang benar.

- **Galat Tipe II:**

  Menerima H_0 padahal hipotesis itu salah, sehingga seharusnya H_0 ditolak.

Keputusan	Keadaan sesungguhnya H_0 Benar	Keadaan sesungguhnya H_0 Salah
Menolak H_0	Keputusan salah (Galat Tipe I)	Keputusan tepat
Menerima H_0	Keputusan tepat	Keputusan salah (Galat Tipe II)

Contoh 3. Diketahui tipe vaksin tertentu efektif hanya 25% setelah 2 tahun digunakan. Untuk mengetahui vaksin baru lebih baik, maka diambil sampel 20 orang yang dipilih secara acak. Jika lebih dari 8 orang yang menerima vaksin baru melewati 2 tahun masa uji dan ternyata tidak tertulari virus, maka vaksin baru dikatakan lebih baik.

Akan diuji hipotesis nol yang menyatakan vaksin baru sama efektifnya dengan vaksin sekarang setelah melampaui 2 tahun. Hipotesis alternatif menyatakan vaksin yang baru lebih baik dari vaksin yang sekarang.

Kasus ini ekivalen dengan menguji hipotesis bahwa parameter binomial dengan peluang sukses adalah $p = 1/4$ terhadap hipotesis alternatif $p > 1/4$.

Kasus ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$H_0 : \ p = 1/4,$$
$$H_1 : \ p > 1/4$$

Keputusan didasarkan pada uji statistik X, yaitu banyaknya orang dalam sampel yang mendapat perlindungan vaksin baru selama paling sedikit dua tahun. X mempunyai nilai dari 0 sampai 20, yang dibagi menjadi dua: lebih kecil dari 8 dan lebih besar dari 8. Semua nilai yang lebih besar dari 8 disebut dengan daerah kritis dan yang lebih kecil dari 8 disebut daerah penerimaan. Nilai 8 disebut dengan nilai kritis. Jika $x > 8$ maka hipotesis H_0 ditolak, dan sebaliknya jika $x \leq 8$ hipotesis H_0 diterima. Ada dua macam kesalahan yang akan terjadi: menolak H_0 yang ternyata benar dan menerima H_0 yang ternyata salah.

Galat Tipe I

Peluang melakukan galat tipe I disebut **tingkat signifikan**, dinotasikan dengan α.

Dari contoh di atas, dihitung:

$$\alpha = P(\text{galat tipe I}) = P(X > 8;\ p = 1/4) = \sum_{x=9}^{20} b(x;20,1/4)$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{8} b(x;20,1/4) = 1 - 0.9591 = 0.0409$$

Dikatakan hipotesis nol , p = ¼, duji dengan tingkat signifikan = 0.0409 → sangat kecil. Jadi, kecil kemungkinan galat tipe 1 dilakukan.

Galat Tipe II

Peluang yang menyangkut kesalahan tipe II, dinotasikan dengan β.

Dari contoh di atas, dihitung dengan mengambil nilai p tertentu, misalkan p = ½ (sebab ½ > ¼):

$$\beta = P(\textit{error} \text{ tipe II}) = P(X \leq 8;\, p = 1/2)$$

$$= \sum_{x=9}^{20} b(x; 20, 1/4) = 0.2517$$

Nilai 0.2517 agak besar, suatu tanda prosedur pengujian yang agak jelek. Kemungkinan menolak vaksin baru tsb cukup besar, padahal sesungguhnya lebih unggul daripada vaksin lama.

- Oleh karena α menyatakan peluang menolak H_0 padahal sesungguhnya H_0 benar, maka kita mengharapkan nilai α sekecil mungkin.
- Dengan kata lain, jika α sangkat kecil, maka kejadian melakukan galat tipe I sangat jarang terjadi, sebab tidaklah pantas sesuatu yang sesungguhnya benar kita tolak.

- Oleh karena β menyatakan peluang menerima H_0 padahal sesungguhnya H_0 salah, maka kita mengharapkan nilai β sekecil mungkin.
- Dengan kata lain, jika β sangkat kecil, maka kejadian melakukan galat tipe II sangat jarang terjadi, sebab tidaklah pantas sesuatu yang sesungguhnya salah kita terima.

- Memperkecil nilai α dan β sekaligus tidaklah mungkin dilakukan sekaligus.

- Memperkecil nilai α dapat menyebabkan membesarnya nilai β. Sebaliknya, memperkecil nilai β dapat menyebabkan membesarnya nilai α.

- Usaha untuk memperkecil nilai nilai α dan β dapat dilakukan dengan memperbesar ukuran sampel. Makin besar ukuran sampel, maka makin kecil nilai α dan β.

Meminimumkan Galat Tipe I

Dilakukan dengan cara mengubah nilai kritis yaitu dengan menambah ukuran sampel.

Untuk soal sebelumnya, misal ukuran sampel ditambah menjadi 100 dan nilai kritis baru = 36 sehingga

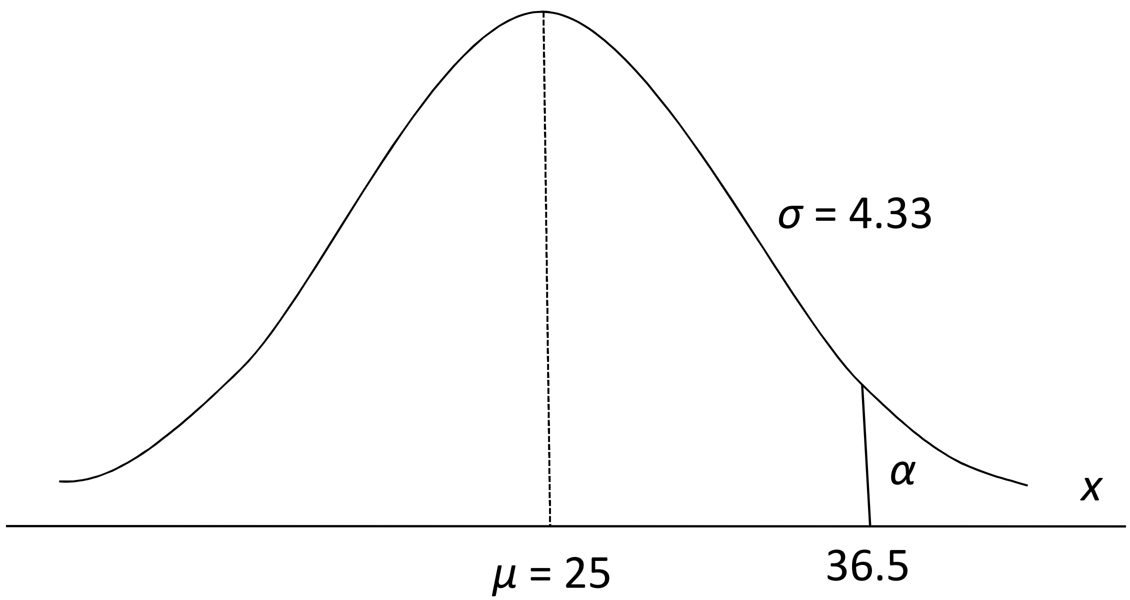
$$\mu = np = (100)(1/4) = 25 \text{ dan}$$
$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(100)(1/4)(3/4)} = 4.33$$

dengan x = 36.5, berkorespondensi dengan:

$$z = (36.5 - 25) / 4.33 = 2.66$$

Maka $$\alpha = P(x > 36;\ p = 1/4) \approx P(Z > 2.66)$$
$$= 1 - P(Z < 2.66) = 1 - 0.9961 = 0.0039$$

Kurva Peluang Galat Tipe I



Gambar 1 Peluang galat tipe I

Meminimumkan Galat Tipe II

Untuk galat tipe II juga bisa dilakukan hal yang sama. Jika H_0 salah dan nilai benar untuk H_1 adalah p = 1/2, maka galat tipe II dapat dihitung:

$$\mu = np = (100)(1/2) = 50 \text{ dan}$$

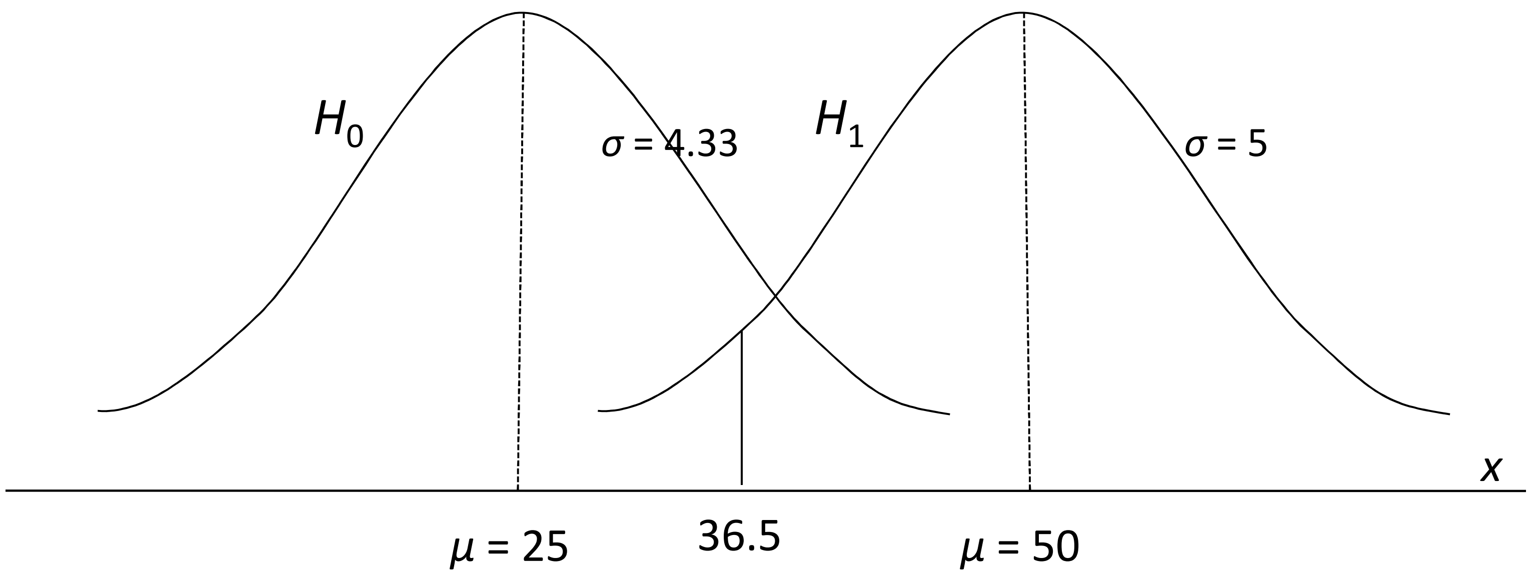
$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(100)(1/2)(1/2)} = 5$$

Nilai z yang bersesuaian = (36.5 – 50) / 5 = -2.7

Maka:

$$\beta = P(x \leq 36;\ p = 1/2) \approx P(Z < -2.7) = 0.0035$$

Kurva Peluang Galat Tipe II



Gambar 2 Peluang galat tipe II

- Dari contoh di atas jelas terlihat bahwa galat tipe I dan galat tipe II akan jarang sekali terjadi ukuran sampel diperbesar (dalam hal ini 100)

Kesimpulan

Dari contoh tersebut dapat disimpulkan:

- Galat tipe I dan II saling berhubungan.

  Jika salah satu membesar, maka yang lain mengecil.

  (α = 0.0409 versus β = 0.2517 pada Contoh 3)
- Galat tipe I dapat direduksi dengan mengatur nilai kritis.
- Menambah ukuran sampel akan mengurangi galat tipe I dan II.
- Jika hipotesis nol salah, nilai akan maksimum jika nilai benar dekat dengan nilai hipotesis, dan sebaliknya akan semakin kecil.

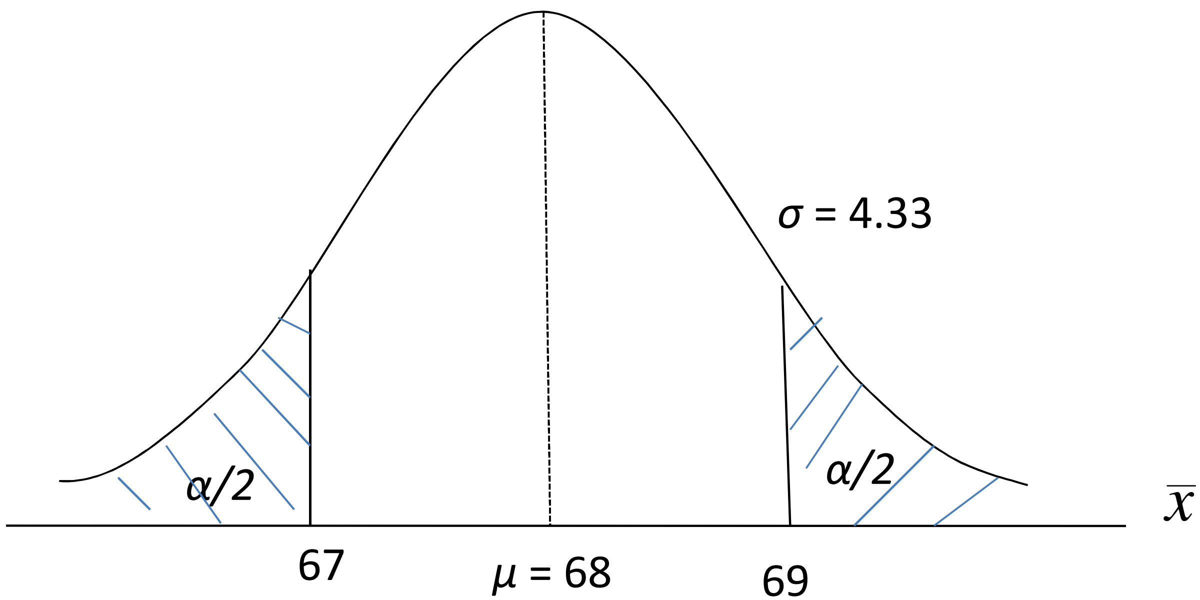
Contoh Soal 1

Suatu sampel acak berukuran n = 64 mengenai rata-rata berat badan mahasiswa. Diketahui hipotesis nol adalah rata-rata berat badan = 68 kg dan hipotesis alternatif adalah rata-rata berat badan ≠ 68 kg. Simpangan baku untuk kasus ini diketahui, σ = 3.6.

Maka:

- Tentukan peluang galat tipe I (α), jika $\bar{x}_1$ = 67 dan $\bar{x}_2$ = 69.
- Tentukan peluang galat tipe II (β), jika $\bar{x}_1$ = 67 dan $\bar{x}_2$ = 69,

serta rata-rata alternatif = 70 adalah benar.



Gambar 3 Daerah kritis untuk pengujian μ =68 lawan μ≠ 68

Jawaban:

Masalah ini adalah pengujian hipotesis

- H_0 : μ_0 = 68
- H_1 : μ ≠ 68, artinya $\mu < 68$ atau $\mu > 68$

Tes statistik: $$z = \frac{(X - \mu_0)}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Jadi, nilai *z* yang bersesuaian adalah:

$$z_1 = \frac{(67-68)}{3.6/\sqrt{64}} = -2.22 \qquad z_2 = \frac{(69-68)}{3.6/\sqrt{64}} = 2.22$$

Kemudian hitung α:

α = P(x < 67, jika μ = 68) + P (x > 69, jika μ = 68)

α = P(z < -2.22) + P(z > 2.22) = 2P(z < -2.22)

α = 2(0.0132) = 0.0264

- Pertama hitung nilai *z* yang berkorespondensi dengan μ:

$$z_1 = \frac{(67-70)}{3.6/\sqrt{64}} = -6.67 \qquad z_2 = \frac{(68-70)}{3.6/\sqrt{64}} = -2.22$$

Kemudian hitung β:

$\beta = P(67 \leq X \leq 68$, jika $\mu = 70)$

$\beta = P(-6.67 \leq Z \leq -2.22)$

Oleh karena Z berdistribusi normal standar, maka:

$\beta = P(Z \leq -2.22) - P(Z \leq -6.67)$

$\beta = 0.0132 - 0 = 0.0132$

Contoh Soal 2

Dari soal sebelumnya, jika ruang sampel diubah menjadi n = 100 maka hitunglah kembali nilai α dan β.

Jawaban:

- Nilai *z* yang bersesuaian adalah:

$$z_1 = \frac{(67-68)}{3.6/\sqrt{100}} = -2.78 \qquad z_2 = \frac{(69-68)}{3.6/\sqrt{100}} = 2.78$$

Kemudian hitung α:

α = P(z < -2.78) + P(z > 2.78)

Karena *z* berdistribusi normal standar, maka:

α = 2P(z < -2.78)

α = 2(0.0027) = 0.0054

- Nilai z yang berkorespondensi dengan μ adalah:

$$z_1 = \frac{(67-70)}{3.6/\sqrt{100}} = -8.33 \qquad z_2 = \frac{(68-70)}{3.6/\sqrt{100}} = -5.56$$

Kemudian hitung β:

β = P(-8.33 ≤ z ≤ -5.56)

Oleh karena z berdistribusi normal standar, maka:

β = P(z ≤ -5.56) - P(z ≤ -8.33)

β = 0 - 0 = 0

Uji Satu Arah dan Uji Dua Arah

- Ada dua cara menguji hipotesis nol yang bergantung pada hipotesis alternatifnya.
- Berdasarkan hipotesis alternatif dikenal dua pengujian, yaitu **uji satu arah** dan **uji dua arah** .
- Misalkan parameter populasi yang diuji adalah Θ. Maka uji satu arah adalah bila hipotesis nol, $H_0 : \Theta = \theta_0$ dilawan dengan hipotesis alternatif $H_1 : \Theta > \theta_0$ atau $H_1 : \Theta < \theta_0$
- Uji dua arah adalah bila hipotesis nol, $H_0 : \Theta = \theta_0$ dilawan dengan hipotesis alternatif $H_1 : \Theta \neq \theta_0$

- Uji satu arah:

$H_0 : \Theta = \theta_0$ atau $H_0 : \Theta = \theta_0$

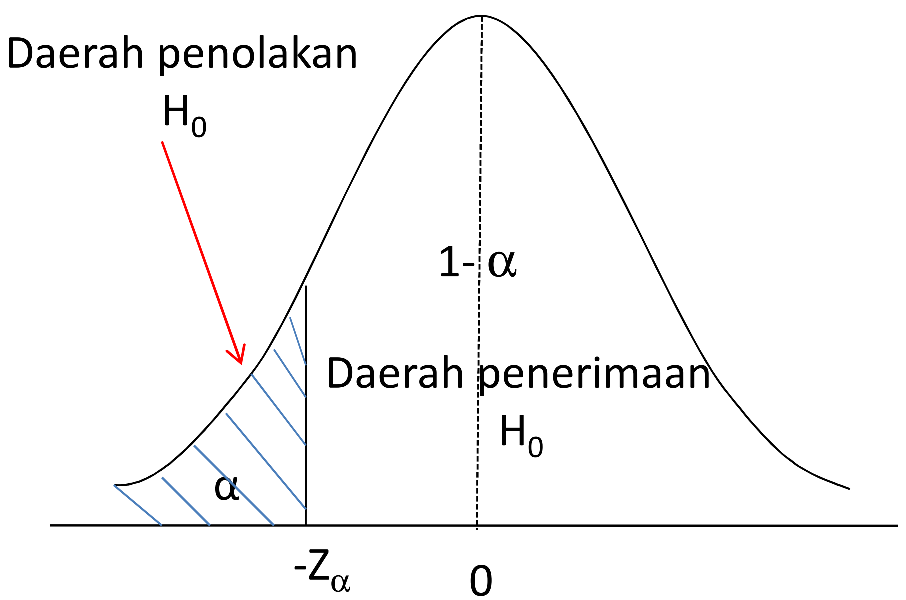
$H_1 : \Theta > \theta_0$ $H_1 : \Theta < \theta_0$

- Uji dua arah

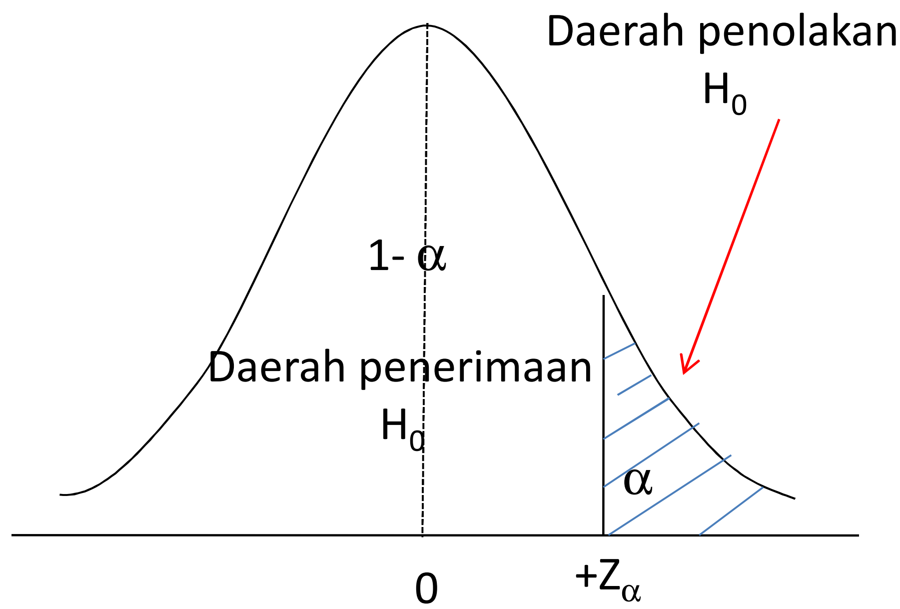
$H_0 : \Theta = \theta_0$

$H_1 : \Theta \neq \theta_0$

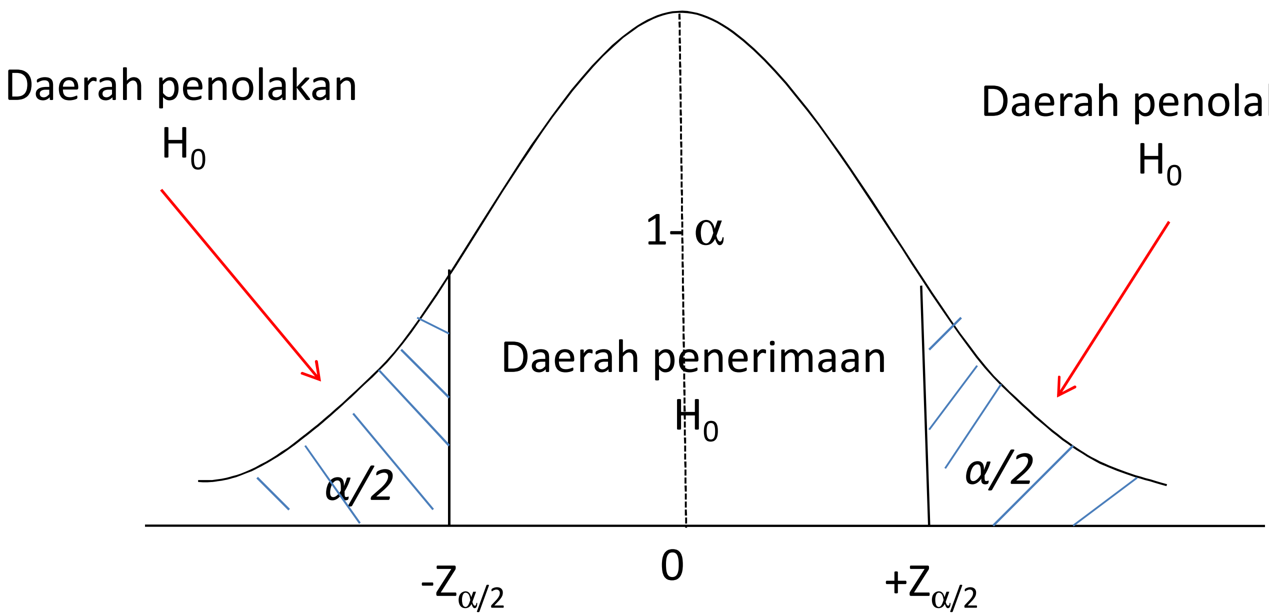
- Daerah penolakan H_0 bergantung pada nilai kritis tertentu berdasarkan nilai α yang dipilih sebelumnya



Gambar 4 Uji satu arah untuk $H_1 : \Theta < \theta_0$



Gambar 5 Uji satu arah untuk $H_1 : \Theta > \theta_0$



Gambar 6 Uji dua arah untuk $H_1 : \Theta \neq \theta_0$

Langkah-langkah pengujian hipotesis:

1. Tentukan rumusan hipotesis, baik H_0 maupun H_1
2. Tentukan tingkan signifikan α yang diinginkan
3. Tentukan nilai kritis berdasarkan α di atas
4. Tentukan statistik uji (Z_h) yang cocok untuk menguji hipotesis nol. Z bisa berupa rataan, proporsi peluang, dll.
5. Hitung nilai statistik uji (z_h) berdasarkan data yang diketahui dari populasi atau sampel
6. Keputusan: tolak H_0 bila z_h terrletak pada daerah penolakan H_0 , sebaliknya terima H_0 bila z_h terrletak di daerah penerimaan H_0

- **Contoh 3.** Suatu populasi berupa pelat baja yang diproduksi suatu perusahaan memiliki rata-rata panjang 80 cm dengan simpangan baku 7 cm. Sesudah berselang 3 tahun, teknisi perusahaan meragukan hipotesis mengenai rata-rata panjang pelat baja tersebut. Guna meyakinkan keabsahan hipotesis tersebut, diambil suatu sampel acak sebanyak 100 unit pelat baja dari populasi di atas, dan diperoleh hasil perhitungan bahwa rata-rata panjang pelat baja adalah 83 cm dan standard deviasinya tetap. Apakah ada alasan untuk meragukan bahwa rata-rata panjang pelat baja yang dihasilkan perusahaan itu sama dengan 80 cm pada tingkat signifikan α = 5%?

- **Jawaban**: Rumusan hipotesis statistik yang diuji adalah

  $H_0 : \mu_0 = 80$

  $H_1 : \mu_0 \neq 80$

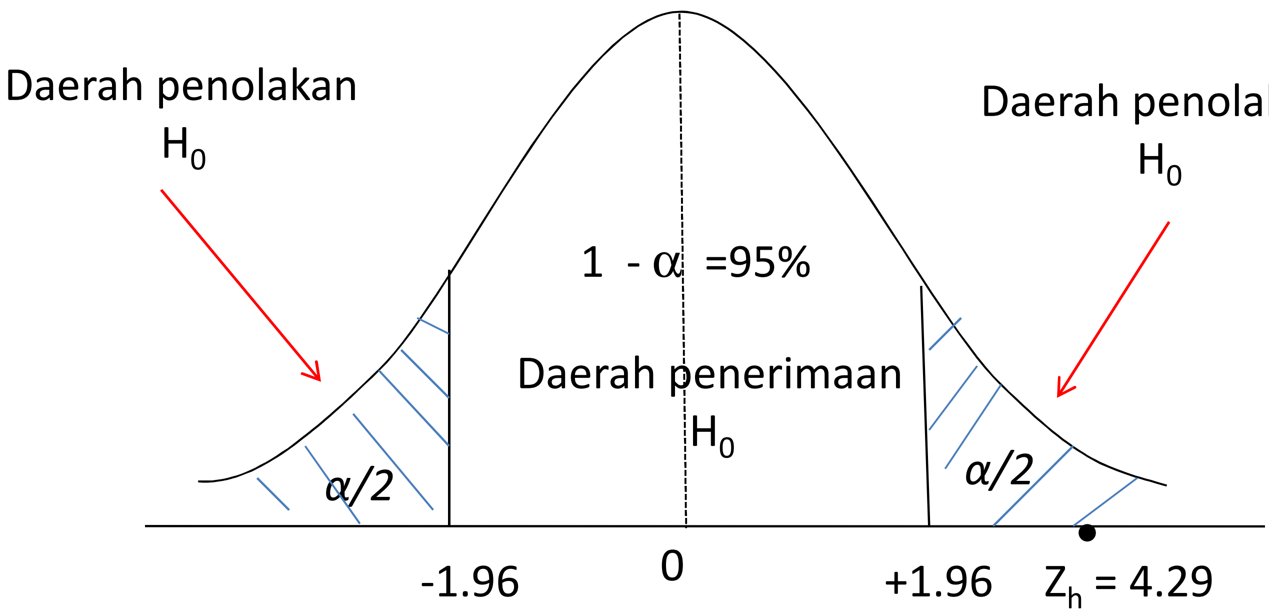
  Uji yang dilakukan adalah uji dua arah dengan tingkat signifikan $\alpha = 0.05$, dan nilai kritisnya $Z_{\alpha/2} = Z_{0.025}$

  Dari tabel distribusi normal baku diperoleh $Z_{0.025} = 1.96$

  Sampel berukuran besar n = 100 dan $\overline{x} = 83$

$$Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{83 - 80}{7 / \sqrt{100}} = 4.29$$

  Kesimpulan, karena nilai statistik uji Z_h jatuh di daerah penolakan H_0, yaitu 4.29 > 1.96 (lihat Gambar 7), maka hipotesis H_0 ditolak, dan menerima H_1. Artinya pada $\alpha = 5\%$ ada perbedaan signifikan dari rata-rata 83 cm yang dihitung dari sampel dengan nilai rata-rata 80 cm yang dihipotesiskan.



Gambar 7 Uji dua arah untuk $H_0 : \mu_0 = 83$

- **Contoh 4**. Misalkan pada Contoh 3 di atas ditambah data bahwa teknisi perusahaan telah menemukan metode baru memperpanjang pelat baja paling sedikit 2 cm, simpangan bakunya tetap. Untuk menguji hipotesis tersebut, diambil sampel acak sebanyak 100 unit pelat baja dari populasi itu dan diperoleh rata-rata panjang pelat baja = 83 cm. Dengan tingkat signifikansi 5%, apakah ada alasan menganggap bahwa hasil pelat baja dengan metode baru tersebut memang lebih panjang daripada hasil yang diperoleh dengan metode lama?

Jawaban: Rumusan hipotesis statistik berubah menjadi

$H_0 : \mu_0 = 80$

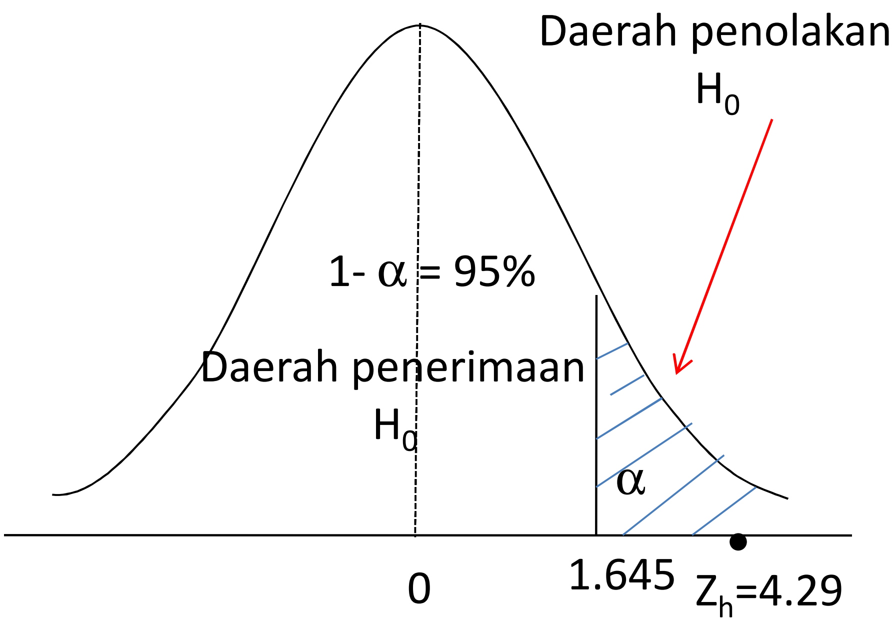
$H_1 : \mu_0 > 80$

Uji yang dilakukan adalah uji satu arah dengan α = 5%. Nilai kritisnya adalah $Z_\alpha = Z_{0.05}$, dan dari tabel distribusi normal baku diperoleh $Z_{0.05} = 1.645$.

Nilai uji statistik tidak berubah, yaitu $Z_h = 4.29$. Nilai statistik ini berada di daerah penolakan H_0, yaitu $4.29 > 1.645$ (lihat Gambar 8), maka hipotesis nol ditolak dan hipotesis tandingan diterima. Artinya, pada tingkat signifikansi 5% ada perbedaan yang signifikan antara rata-rata sampel 83 cm dengan nilai rata-rata yang dihipotesikan, yaitu 80.

Dengan kata lain, pada tingkat signifikansi 5% terbukti metode baru tersebut menghasilkan pelat baja yang lebih panjang.

Jadi, tambahan pelat baja sepanjang 2 cm dengan metode yang baru tersebut dapat diterima.



Gambar 8 Uji satu arah untuk H_0

Catatan:

1. Dalam merumuskan hipotesis statistik, pertama-tama bacalah permasalahannya baik-baik. Bila pernyataan itu menyatakan arah yang sederhana seperti *lebih besar*, *lebih daripada*, *kurang daripada*, *lebih unggul daripada*, *lebih efektif daripada*, *lebih jelek daripada*, maka nyatakanlah H_1 mengunakan lambang ketidaksamaan (< atau >)

   Contoh: bila dalam menguji obat baru menunjukkan kenyataan yang kuat bahwa lebih dari 30% orang akan diobati, maka tulislah

   $$H_1 : p > 0.3$$

   $$H_0 : p = 0.3$$

2. Bila pernyataanya menunjukkan arah ganda seperti paling sedikit, sama atau lebih besar, paling besar, tidak lebih daripada, dst, maka seluruh arah ganda ini ($\leq$ atau $\geq$) dinyatakan dengan H_0, tapi hanya menggunakan tanda sama dengan, dan H_1 sebagai arah sebaliknya.

3. Bila sama sekali tidak ada arah yang ditunjukkan oleh pernyataan tersebut maka H_1 dinyatakan sebagai lambang tidak sama dengan ($\neq$)

4. Nilai α yang biasa digunakan dalam analisis statistika adalah 0.05 dan 0.01

Contoh 5. Suatu pabrik rokok tertentu menyatakan bahwa rata-rata kadar nikotin rokoknya tidak melebihi 2.5 mg. Tuliskan rumusan hipotesis statistiknya.

Jawaban: Pernyataan tadi seharusnya hanya akan ditolak bila μ lebih besar dari 2.5 mg dan seharusnya diterima bila μ lebih kecil dari 2.5 mg. Karena hipotesis nol selalu dinyatakan sebagai nilai parameter tunggal, maka rumusan hipotesisnyanya adalah

$$H_0 : \mu = 2.5$$
$$H_1 : \mu > 2.5$$

Kendati hipotesis nol memakai tanda sama dengan, tetapi tanda ini mencakup semua nilai yang tidak dicakup oleh hipotesis tandingan. Karena itu penerimaan H_0 tidak berarti μ tepat sama dengan 2.5 mg melainkan bahwa tidak cukup kenyataan untuk mendukung H_1

Contoh 6. Suatu perumahan menyatakan nahwa 60% dari rumah tinggal yang dibangun memakai bahan batu alam. Untuk menguji pernyataan itu maka suatu sampel besar rumah disigi, proporsi rumah yang memakai bahan batu alam dicatat dan dipakai sebagai uji statistik. Rumuskan hipotesis statistiknya.

Jawaban: Bila uji statistik jauh lebih besar daripada p = 0.6, maka kita tolak pernyataan tadi. Jadi, seharusnya kita menguji

$$H_0 : p = 0.6$$

$$H_1 : p \neq 0.6$$

Metode uji yang dilakukan adalah uji dua arah.

Contoh-contoh Tambahan

Contoh 7. Suatu sampel acak catatan 100 kematian di AS selama tahun lalu menunjukkan rata-rata usia mereka 71.8 tahun. Andaikan simpangan bakunya 8.9 tahun, apakah ini menunjukkan bahwa rata-rata usia dewasa ini lebih dari 70 tahun? Gunakan tingkat signifikan 5%.

Jawaban: Rumusan hipotesis statistiknya adalah

$$H_0 : \mu = 70$$

$$H_1 : \mu > 70$$

Uji yang dilakukan adalah uji satu arah dengan α = 5%. Nilai kritisnya adalah $Z_{\alpha} = Z_{0.05}$, dan dari tabel distribusi normal baku diperoleh $Z_{0.05}$ = 1.645.

Sampel berukuran besar n = 100 dan $\overline{x}$ = 83

$$Z_h = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{71.8 - 70}{8.9 / \sqrt{100}} = 2.02$$

Keputusan: karena nilai statistik uji Z_h jatuh di daerah penolakan H_0, yaitu 2.02 > 1.645, maka hipotesis H_0 ditolak, dan simpulkan bahwa rata-rata usia dewasa oranG AS melebihi 70 tahun.

Contoh 8. (**Bila σ^2 tidak diketahui**) Rata-rata waktu yang dibutuhkan oleh mahasiswa untuk mendaftar ulang pada awal semester di Univeristas A pada semester yang lalu sekitar 45 menit. Suatu pendaftaran baru dengan memakai komputer yang dilengkapi dengan software sedang dicobakan yang diharapkan dapat mengurangi waktu pendaftaran maahsiswa dibandingkan dengan cara lama. Untuk itu diambil sampel acak sebanyak 10 mahasiswa yang telah mendaftar pada semester berikutnya dengan memakai cara pendaftaran baru tersebut. Ternyata, rata-rata waktu yang diperlukan untuk mendaftar adalah sekitar 35 menit dengan simpangan baku 9.5 menit. Apakah anda percaya dengan tingkat signifikan 1% rata-rata waktu mendaftar ulang kurang dari 45 menit dengan sistem yang baru?

Jawaban: Karena simpangan baku populasi tidak diketahui, maka simpangan baku diambil dari sampel, dan distribusi yang digunakan adalah distribusi t.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Hipotesis statistik:

H_0 : $\mu = 45$

H_1 : $\mu < 45$

Nilai $\alpha = 0.01$ dan derajat kebebasan $v = n - 1 = 10 - 1 = 9$. Dari tabel t, dengan derajat kebebasan 9 diperoleh $t_{0.01}=2.821$

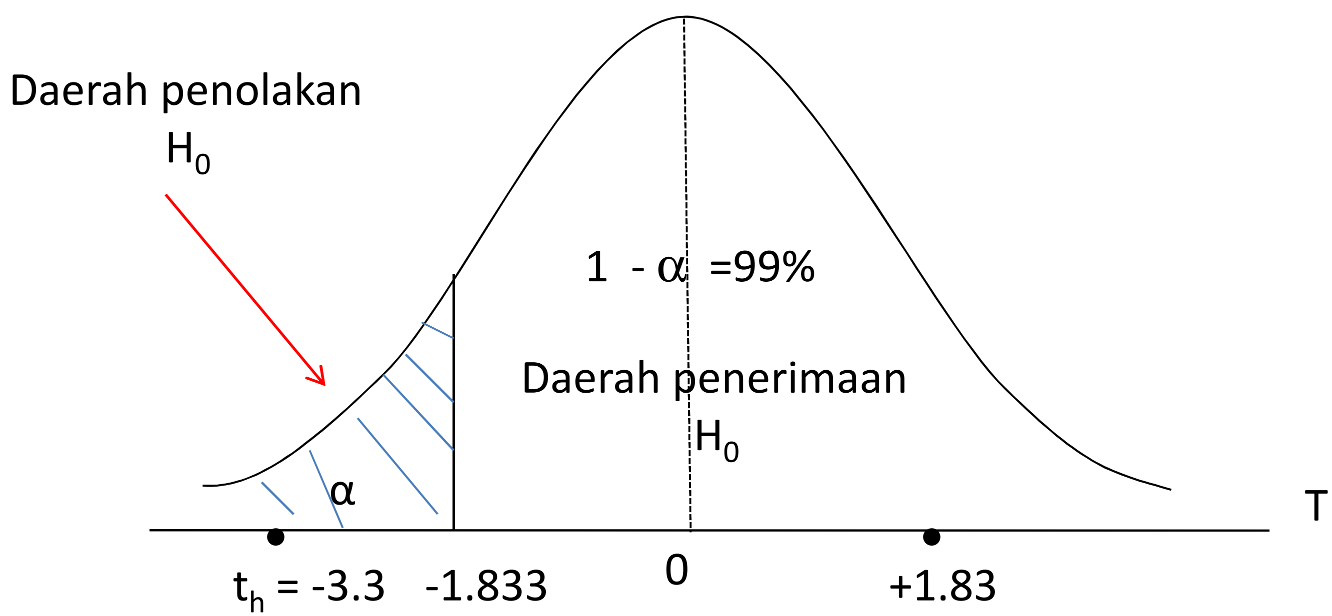
Staistik uji yang dipakai adalah

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{35 - 45}{9.5 / \sqrt{10}} = -3.3$$

Karena nilai t = -3.3 negatif, maka kita pakai nilai kritis t yang negatifnya, yaitu t = -2.821.

Uji hipotesis yang dilakukan adalah uji satu arah. Untuk $\alpha = 0.01$, nilai $-3.3 < -2.821$, yaitu nilai t berada pada daerah penolakan H_0 (Gambar 9)

Keputusan: tolak H_0 dan simpulkan bahwa waktu yang dibutuhkan untuk mendaftar ulang lebih singkat daripada cara lama.



Gambar 9 Uji satu arah untuk $H_0 : \mu_0 = 45$

- Untuk hipotesis yang menyangkut selisih dua rataan, maka peubah Z_h yang digunakan adalah

$$Z_h = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2}}$$

- dan bila variansi populasi tidak diketahui, maka digunakan peubah t:

$$t_h = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2}}$$

- Hipotesis nolnya adalah $H_0 = \mu_1 - \mu_2$